AL-MAMON UNIVERSITY COLLAGE

DEPARTMENT OF ELECTRICAL POWER
ENGINEERING TECHNIQUES

Lecture notes 4

Mechanical Vibrations

Part I

Prepared by

Eng. Ammar T. Ahmed

Eng. Hayder Baqer Mahdi

Prospective students: Second year

Semester: 2022/2023

Basic Concepts of Mechanical Vibrations

This lecture notes consist the following topics:

- Damped Single Degree-of-Freedom
- External Forcing
- Resonance
- Examples

4.1 Damped Single Degree-of-Freedom

In the preceding lecture, the free undamped and damped vibration of single degree of freedom systems was discussed, and it was shown that the motion of such systems is governed by homogeneous second-order ordinary differential equations. The roots of the characteristic equations, as well as the solutions of the differential equations, strongly depend on the magnitude of the damping, and oscillatory motions are observed only in underdamped systems.

In this lecture, we study the damped motion of single degree of freedom systems subjected to forcing functions which are time-dependent. Our discussion in this chapter will be limited only to the case of harmonic forcing functions. The response of the single degree of freedom system to periodic forcing functions, as well as to general forcing functions, will be discussed in the following lecture.

في التطبيقات الهندسية الواقعية لا توجد انظمة مهتزة الى ما لانهاية، بل بمرور الزمن تتضائل الحركة بسبب تناقص الطاقة او تبددها بفعل المقاومة المعيقة لحركة الجسم التي يواجها النظام من اهم انواع المقاومة هي الاحتكاك، ولضمان حركة الجسم يجب تعويض النقص الحاصل بالطاقة عن طريق تسليط قوة خارجية عليه لضمان حركته.

4.2 External Forcing

We will again use a viscously damped single degree of freedom mass-spring system as a model of a real engineering system fig4.1. subjected to a forcing function F(t)

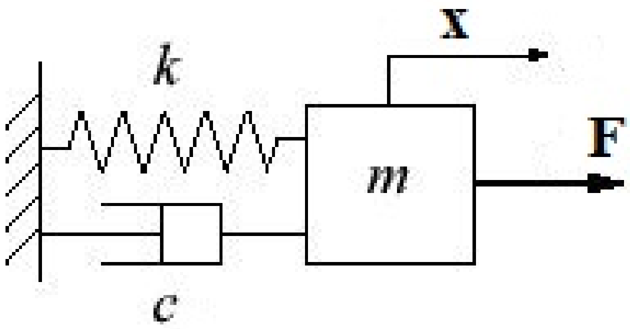


Fig 4.1Forced vibration of single degree of freedom systems

External Forcing models the behavior of a system which has a time varying force acting on it. An example might be an offshore structure subjected to wave loading.

$$F(t) = f_0 \ \sin \omega t \qquad (23)$$

Where:

f_0: Force (N) القوة

C: damping coefficient (Ns/m) معامل المضائلة (التخميد)

By applying Newton's second law, the differential equation of motion can be written as:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t)$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + c\frac{dx}{dt} + kx = f_0 \sin \omega t$$

And

$$x(t) = A \sin(\omega t)$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + c\frac{dx}{dt} + k A \sin(\omega t) = f_0 \sin \omega t \qquad (24)$$

عندما تساوي الطاقة الداخلية لكل دورة من القوة المسلطة (F) مقدار الطاقة الميكانيكية التي تحولت الى طاقة داخلية لكل دورة يتم الوصل الى حالة استقرار تتواصل فيه الاهتزازات بسعة ثابتة وفي هذه الحالة تكون المعادلة (24) .Eq

$$\boxed{A = \frac{\frac{f_0}{m}}{\sqrt{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + \left(\frac{c\,\omega}{m}\right)^2}} \qquad (25)}$$

Where:

ω_n = natural frequency

توضح المعادلات (24&25) Eq بان الاهتزاز القسري يتذبذب بتردد القوة المسلطة (F) وتكون سعة المذبذب ثابة لقوة المسلطة و لايتوقف الجسم عن التذبذب الابتسليط قوة خارجية اخرى يكون تأثيرها معاكس لتأثير القوة المسببة للاهتزاز.

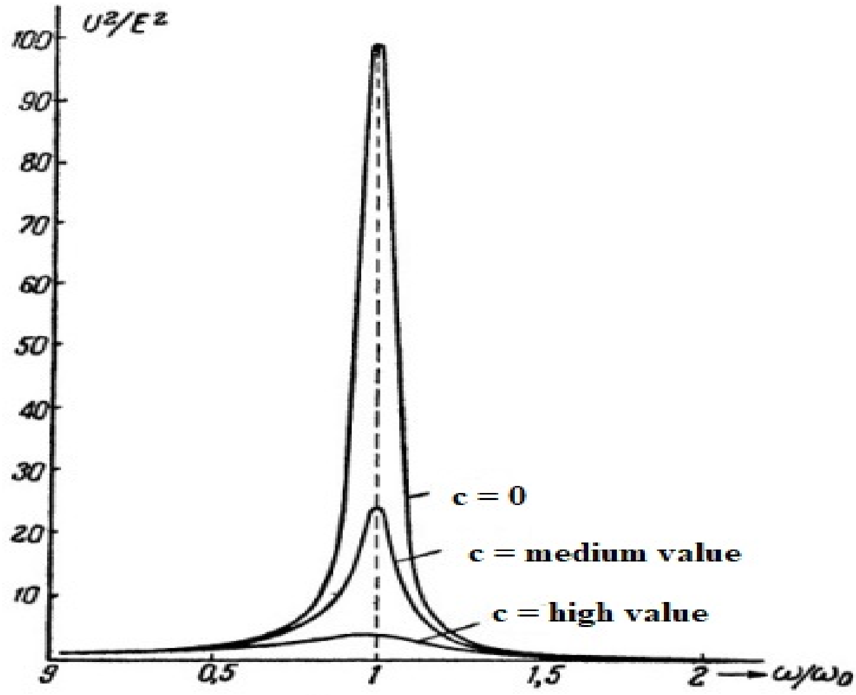
4.3 Resonance

In undamped special case where $\omega = \omega_n$ we have the physical phenomenon of resonance – the boundless amplification of oscillations when a system is being excited at its own natural frequency. We would not expect a constant amplitude particular solution in this case, but rather one whose oscillations get arbitrarily large. The theory for solving the nonhomogeneous case that we have already learned confirms this.

الرنين هو ظاهرة فيزيائية من خلالها يهتز النظام بأقصى شدة ، وذلك عند تعرض النظام لترددات معينة تسمّى ترددات الرنين (أو الترددات الرنانة أو الطبيعية). عند تلك الترددات تحدث اهتزازات عالية الشدة حتى عند أقل قدر من قوى الدفع الترددية، حيث يقوم النظام بتخزين طاقة الترددات. وعندما يقل «امتصاص» الاهتزازات (أي يقل التخميد)، فإن تردد الرنين يقترب من التردد الطبيعي للنظام، الذي هو تردد الاهتزازات الحرة فمثلا إذا ما وافق تردد ما تردد الجسم الطبيعي جعله يهتز بحالة رنين معه إذ ان سعة الاهتزاز ستكون أكبر ما يمكن لان التداخل الحاصل بين الموجات هو تداخل بناء بالكامل و هنا تكمن خطورة الرنين إذ تصل السعة إلى حد لا يمكن للجسم تحمله مما يؤدي إلى انهيار الجسم في الغالب كما يحدث في ظاهرة الكأس الزجاجي حيث تسلط على الزجاج موجة صوتية مساوية لتردده الطبيعي مما يؤدي إلى تكسر الكأس

Figure 4.1 phenomenon of resonance

من الشكل رقم ٤,١ نلاحظ ان في حالة الرنين تكون السعة اعلى مايمكن (Amplitude)



والتخميد ذو قيمة قليلة جدا مساوية للصفر تقريبا وان القوة المسلطة [F(t)] مساوية للتردد الطبيعي للجسم

$$\frac{\omega}{\omega_n} = 1$$

Example 8: - A (50 kg) mass is hanging from a spring of stiffness ($5 * 10^4$ N/m). A harmonic force has magnitude (100 N) and frequency (100 rad/s) is applied to the system. Determine the following:

a) The Amplitude of the forced response if the c.
b) The natural frequency of the system.

Example 9: - A mass (0.15 kg) is suspended from a spring of stiffness (6.3 N/m) without damping and is subjected to a harmonic force of amplitude (17 N). Find the frequency which increase the amplitude to (0.44 m).