مثال(1):

اذا كانت $A=\{1,2\}$, $B=\{5,6,2\}$ فان

$B\backslash A = \{5, 6\}$

$A \setminus B = \{1\}$

4- المجموعة الشاملة: Universal Set

في اية دراسة علمية يجب ان يكون هناك مجموعة معينة بحيث تكون جميع المجموعات المختلفة التي تدور حولها الدراسة مجموعات جزئية لها. او بعبارة اخرى تشترك عناصر هذه المجموعات معا في طبيعة واحدة والتي تنتمي جميعها الى هذه المجموعة . حيث تدعى بالمجموعة الشاملة او الكلية ويرمز لها بالرمز S.

5 -المجموعة المتممة:Complement Set

اذا كانت المجموعة A مجموعة جزئية من المجموعة الشاملة S . فالمجموعة المكونة من عناصر S والتي لا تنتمي الى A تسمى متممة المجموعة A بالنسبة الى S ويرمز لها بالرمز A^c .

مثال(1):

اذا كانت $A = \{ 1,3,5,7,9\}$, $S = \{ 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ فان:

$A^c = \{0, 2, 4, 6, 8\}$

3-1العمليات الجبرية على المجموعات :

1- اتحاد المجموعات : *Union Sets*

اذا كان لدينا المجموعتين A و B فان اتحاد المجموعتين B,A يكون المجموعة الثالثة التي تحتوي على جميع العناصر التي تنتمي الى A او B وبدون تكرار وترمز لذلك A ∪ B . وتقرأ A اتحاد B

مثال(1):

اذا كانت A= {1,2} , B= {5,6,2} فان :

A ∪ B = {1,2,5,6}

2- تقاطع المجموعات: Intersection of Sets

اذا كانت لدينا المجموعتين A و B فان تقاطع المجموعتين A ، B يكون المجموعة الثالثة التي تحتوي على جميع العناصر التي تنتمي الى B,A اي بصورة مبسطة جميع العناصر المتشابهة بين المجموعتين ويرمز لها بالرمز A∩B وتقرا A تقاطع B

مثال(1):

اذا كانت A={1,2} , B= {5,6,2} فان :

A∩B = {2}

3- الفرق بين المجموعات: Difference between Sets

اذا كان لدينا المجموعتين A و B فان فرق Bعن A او فضلة B على A يكون المجموعة الثالثة التي تحتوي على جميع العناصر التي تنتمي الى المجموعة B ولا تنتمي الى المجموعة A وترمز لذلك B\A وتقرا فضلة B على A او B – A وتقرا B ناقص A .

4-المجموعة المتساوية:Equality set

اذا كان كل عنصر من عناصر المجموعة A هو عنصر من عناصر المجموعةB وكل عنصر من عناصر المجموعة B هو عنصر من عناصر المجموعة A فان المجموعتين A,B متساويتان وتكتب بالشكل

A=Bوتعتبر A=B اذا وفقط اذا $A \subseteq B$, $B \subseteq A$.

اما اذا كانت المجموعة A لاتساوي المجموعة B فتكتب بالشكل $A \neq B$ اذا وفقط اذا $A \not\subseteq B$, $B \not\subseteq A$

مثال عليها:

اذا كانت المجموعة A ={1,3,5,7} والمجموعة B={5,3,1,7,1,5} فان المجموعتين متساويتين(A=B) لان ترتيب العناصر او تكرارها لايؤثر على طبيعة المجموعة.

5-المجموعة المنتهية:Finit set

هي المجموعة التي تحوي على عدد محدود من العناصر.

مثال عليها:

مجموعة عواصم الدول العربية.

6-المجموعة الغير منتهية:Infinity set

هي المجموعة التي تحوي على عدد غير محدود من العناصر.

مثال عليها:

مجموعة الاعداد الطبيعية N={1,2,3 ,.....}

هناك نوعين من الدوال وهي الدوال الجبرية والدوال الغير جبرية .

اولاً- الدوال الجبرية :

يقال لدالة دالة متعددة الحدود من الدرجة n اذا كان بالامكان كتابتها بالصيغة التالية :

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$$

حيث ان n عدد صحيح غير سالب والمعاملات $a_0, a_1, \dots, a_n$ هي اعداد حقيقية .

وفيما يلي انواع الدالة متعددة الحدود:

1 – الدالة الخطية:

هي ابسط انواع الدالة متعددة الحدود وتكتب بالصيغة الاتية :

$$f(x) = ax + b$$

ومثال على ذلك:

$$f(x) = 2x + 3$$

2- الدالة التربيعية:

هي من انواع الدوال متعددة الحدود من الدرجة الثانية والتي تكتب بالصيغة الاتية :

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

ومثال على ذلك :

$$f(x) = 2x^2 - 5x + 6$$

3- الدالة الثابتة:

وهي من الدوال المتعددة الحدود والمعروفة بـ $f(x) = c$ حيث ان c عدد حقيقي، ومثال على ذلك :

$$f(x) = -7$$

4- الدوال النسبية :

الفصل الثاني :الدوال Functions

2-1الدالة:

اذا كان A و B يمثلان مجموعتين غير خاليتين وكان كل عنصر من عناصر المجموعة A يقابله عنصر واحد فقط من عناصر المجموعة B فاننا نقول للقاعدة التي تم على اساسها اجراء هذه المقابلة (دالة f) من A الى B ويعبر عن ذلك بالرموز كالاتي :

$f: A \rightarrow B$

*تكتب بالشكل $f(x)=y$ وتقرا y تساوي دالة x ، علما ان هذه الصيغة تسمى "قاعدة الاقتران" والعناصر الناتجة منها تمثل عناصر مجموعة "المدى" .

*ويطلق على مجموعة العناصر الموجودة في A منطلق الدالة f(المجال).

* ويطلق على مجموعة العناصر الموجودة في B مستقر الدالة f(المجال المقابل) .

*مثال :

افرض ان $f(x) = x^2$ اذا كانت $x=(1,2,3)$ فما هي قيمة الدالة او عناصر y

$f(1)=1^2=1$

$f(2)=2^2=4$

$f(3)=3^2=9$

اذن عناصر $y=(1,4,9)$.

2-2 انواع الدوال:

6- المجموعات المنفصلة: Separate Sets

يقال للمجموعتين B,A مجموعتان منفصلتان اذا كانت مجموعة تقاطع المجموعتين B,A مجموعة خالية اي $A \cap B = \emptyset$

مثال(1):

اذا كان $A = \{2,4,6\}$, $B = \{1,3,5\}$ فان :

$A \cap B = \emptyset$

مثـــــال :

لتكن المجموعات $S=\{1,2,3,\ldots,9\}$, $A=\{1,3,5\}$, $B=\{3,4,5,6\}$ $C=\{6,7\}$

فان:

1 -$A \cap C = \emptyset$

2-$A \cup B = \{1, 3, 5, 4, 6\}$

3-$A \cap B = \{3,5\}$

4- $B^c = \{1,2,7,8,9\}$

5-$B \setminus C = \{3,4,5\}$

الفصل الثالث :الغاية للدالة(Limit of the Function)

3-1الغايـــة: Limit

تعريف: يقال ان للدالة $f(x)$ غاية ولتكن L في النقطة a ، اذا كان لكل عدد حقيقي $\varepsilon > 0$ يوجد عدد حقيقي $\delta > 0$ بحيث انه اذا كان :

$$|x - a| < \delta \text{ يكون } |f(x) - L| < \varepsilon$$

3-2خواص الغايات:

1- اذا كان $f(x) = C$ حيث ان C ثابت فان

$$\lim_{x \to a} f(x) = C$$

مثال(1): اوجد غاية الدالة $f(x) = 2$ عند النقطة $x=3$

$$\lim_{x \to 3} 2 = 2$$

2- اذا كان $\lim_{x \to a} f(x) = A$ ، $\lim_{x \to a} g(x) = B$

فان $$\lim_{x \to a} [g(x) \mp f(x)] = \lim_{x \to a} g(x) \mp \lim_{x \to a} f(x)$$

$$= B \mp A$$

مثال(2): اوجد غاية الدالة $f(x) = X^3 + \frac{1}{x}$ عند النقطة $x=3$

3-2 ايجاد المنطلق (المجال) للدالة:

يتم تحديد المنطلق لاي دالة كما يلي :

*تحديد المنطلق:

1-اذا كانت نوع الدالة خطية ،تربيعية او ثابتة فيكون منطلق الدالة هو R

2-اما اذا كانت نوع الدالة نسبية (كسرية) فيكون منطلقها هو كل الاعداد الحقيقية R ماعدا الارقام التي تجعل من المقام يساوي صفر.

*مثال :

جد منطلق الدالة $f(x) = 2x - 1$

منطلق الدالة R

*مثال :

جد المنطلق للدالة

$$f(x)=\frac{2x-i}{x^2-9}$$

$x^2 - 9 = 0$

$(x - 3)(x + 3) = 0$

Either $(x-3)=0 \Rightarrow x=+3$

Or $(x+3)=0 \Rightarrow x=-3$

$\therefore R / \{+3 , -3\}$

اي ان منطلق الدالة هو كل الاعداد الحقيقية ماعدا العددين 3- و 3+ .

فان $x = \log_a y$ دالة لوغارتمية للاساس a.

ملاحظة : اذا كان $a = e$ فان $x = In\ y$ وتسمى لوغارتم طبيعي للعدد y .

*مثال : اوجد قيمة x لما يلي :

1 . $\log_5 x = 2$

$X = 5^2 \Rightarrow x = 5.5 = 25$

2- $\log_2 x = 3$

$X = 2^3 = 2.2.2 = 8$

3- $\log_4 x = 2$

$X = 4^2 = 4.4 = 16$

2-1 تعاريـــــف:

1-المجموعة الاحادية:Identity set

هي المجموعة التي تتكون من عنصر واحد فقط.

مثال عليها:

مجموعة الاعداد الزوجية المحصورة بين(6،9).

2-المجموعة الخالية:Empty set

هي المجموعة التي لاتحوي اي عنصر ويرمز لها بالرمز ∅ او { }.

مثال عليها:

مجموعة الاعداد الصحيحة مابين (7 ، 8) .

3-المجموعة الجزئية :Subset

اذا انتمى كل عنصر من عناصر المجموعةA الى المجموعة B فعندئذ نقول ان المجموعة A مجموعة جزئية من B والمجموعة تحوي المجموعة A ويعبر عن ذلك بالشكل التالي:

$A \subseteq B$(وتقرأ بان المجموعةA مجموعة جزئية من المجموعة B او المجموعة A محتواة في المجموعة B او B تحتوي على A).

مثال عليها:

لتكن المجموعة $S=\{1,3,5,8,10\}$

والمجموعة $A=\{5,8,10\}$

فان $A \subseteq S$

وهي الدالة المعروفة بخارج قسمة دالتين متعددة الحدود .

$$f(x)=\frac{p(x)}{Q(x)}$$

ومثال على ذلك :

$$f(x)=\frac{p(x)}{Q(x)}=\frac{2x^2+x-1}{x+2}$$

ثانياً - الدوال غير الجبرية :

وتقسم الى قسمين :

1 – الدالة الاسية:

وهي الدالة التي تكون على الشكل الأتي : $f(x)=a^x$ حيث ان $a>0$

*مثال : الدوال التالية تمثل دوال اسية.

$$f(x)=2^x$$

$$f(x)=10^x$$

تمتاز هذه الدوال بالخصائص التالية:

1 - اذا كان $a>0$ فان $a^x>0$

2- $a^x \cdot a^y=a^{x+y}$

3- $(a^x)^y=a^{xy}$

4- $(a.b)^x=a^x \cdot b^x$

5- $\frac{a^x}{a^y}=a^{x-y}$

2- الدالة اللوغارتمية:

تسمى معكوس الدالة الاسية بالدالة اللوغارتمية. فاذا كان $y=a^x$ دالة اسية

$$\lim_{x\to 3}\left(X^3+\frac{1}{x}\right)=\lim_{x\to 3}X^3+\lim_{x\to 3}\frac{1}{x}$$

$$=(3)^3+\frac{1}{3}$$

$$=27+\frac{1}{3}$$

$$=\frac{82}{3}$$

3- اذا كان $\lim_{x\to a} f(x)=A$ ، $\lim_{x\to a} g(x)=B$

فان

$$\lim_{x\to a}[g(x)\cdot f(x)]$$

$$=\lim_{x\to a}g(x)\cdot\lim_{x\to a}f(x)=B\cdot A$$

مثال(3): اوجد غاية الدالة $f(x)=X^3\cdot\frac{1}{x}$ عند النقطة $x=3$

$$\lim_{x\to 3}\left(X^3\cdot\frac{1}{x}\right)=\lim_{x\to 3}X^3\cdot\lim_{x\to 3}\frac{1}{x}$$

$$=(3)^3\cdot\frac{1}{3}$$

$$=27\cdot\frac{1}{3}=9$$

4- اذا كان $\lim_{x\to a} f(x)=A$ وكان C عدد ثابت فان

$$\lim_{x\to a}Cf(x)=C\lim_{x\to a}f(x)=C.A$$

مثال(4): اوجد غاية الدالة $f(x)=X^3-3x+4$ عند النقطة $x=5$

الفصل الاول:المجموعات Sets

1-1 مفهوم المجموعة :

المجموعة (Set) هي عبارة عن تجمع من اشياء محددة ومعرفة تعريفاً تاماً وهذه الاشياء تمثل عناصر او اعضاء المجموعة.

ومن الامثلة على ذلك:

1-فريق كرة الطائرة يمثل مجموعة وعناصرها اعضاء الفريق.

2-مجموعة طلبة قسم ادارة الاعمال.

ويرمز عادة للمجموعة بأحد الاحرف الكبيرة A,B,C,... ولعناصرها بأحد الاحرف الصغيرة a,b,c,... فاذا فرضنا ان العنصر a هو احد عناصر المجموعة A فان a ينتمي الى المجموعة A ونكتب ذلك بالشكل التالي:

$(a\epsilon A)$ وتقرأ (a ينتمي الى المجموعة A).

اما اذاكان العنصر a ليس من عناصر المجموعة A فان a لاينتمي الى المجموعة A ونكتب ذلك بالشكل التالي:

$(a\notin A)$ وتقرأ (a لاينتمي الى المجموعة A).